KNU 강원대학교
KANGWON NATIONAL UNIVERSITY

2. 데이터와 정보 I: 개념의 측정

정치와 데이터분석

박상훈 (sh.park.poli@gmail.com)
강원대학교

오늘의 목표

10:10-11:00

출석체크 및 데이터의 유형에 대해서 학습

11:10-12:05

데이터의 중심경향성에 대해서 학습

12:15-12:45

질의응답

데이터와 정보 I: 개념의 측정

측정 수준(levels of measurement)

명목형(Nominal, categorial)

변수에 속한 값들이 서로 배타적이며(mutually exclusive), 구별이 가능하며, 순서를 가지지 않음.

이항(binary) 변수 또는 이산(dichotomous) 변수

0 또는 1로 존재 여부를 지칭

순서형(Ordinal)

변수에 속한 값들이 순위/순서를 가짐.

상대적 순위만을 알려줄 뿐, 순위 간의 차이는 알려주지 않음.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

등간형(Interval): 온도, 설문조사의 리커트 척도

변수의 값들 간의 차이가 서로 일정한 간격을 가짐. 절대영이 없음.

- 온도를 예로 들어볼 때, 0도는 물이 어는 어떠한 기준점이지 온도가 '존재하지 않음'을 의미하지는 않음.

비율형(Ratio): 자녀의 수, 거리, 무게, 시간

절대영(absolute zero)이 존재. 0kg은 무게가 없음을 의미.

- 경제성장율 0%일 경우, 경제가 '전혀' 성장하지 않았다는 것을 의미

명목형-, 순위형-, 그리고 등간형 데이터는 보통 이산형일 가능성이 크고, 비율형 데이터는 연속형 자료일 가능성이 큼.

- 다만 학자들은 대개 등간형과 비율형 데이터를 거의 같은 것처럼 취급하고는 함.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

중심경향성의 측정

평균(Mean)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}}{n}$$

- 일종의 균형점이라고 생각하면 이해가 편함.
- 값들 간의 거리 차이의 제곱을 최소화한 결과라고 생각할 수 있음.
- 위와 같은 평균을 산술평균(arithmetic mean)이라 하며 이외에도 기하평균(geometric mean), 조화평균(harmonic mean) 등이 있음.

- 기하평균: $\bar{x} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i \right)^{\frac{1}{n}}$
- 조화평균: $\bar{x} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$

데이터와 정보 I: 개념의 측정

중심경향성의 측정

평균(Mean)

그렇다면 평균을 왜 보는 것일까?

- 평균은 중심(central)을 보여줄 수 있는 하나의 지표에 지나지 않음.
- 예를 들어, A, B, C 학급의 영어 실력을 비교하고 싶다고 하자.
    - 아무런 추가 정보가 없을 때, 우리는 각 학급의 영어 실력을 무엇으로 파악할까?
    - 평균이란 어떠한 집단의 정보를 요약하여 그것을 대표하는 값이라는 의미를 가짐.
    - 우리는 잘 모를 때, 그나마 틀릴 가능성이 제일 낮은 값, 평균을 제시하곤 함.

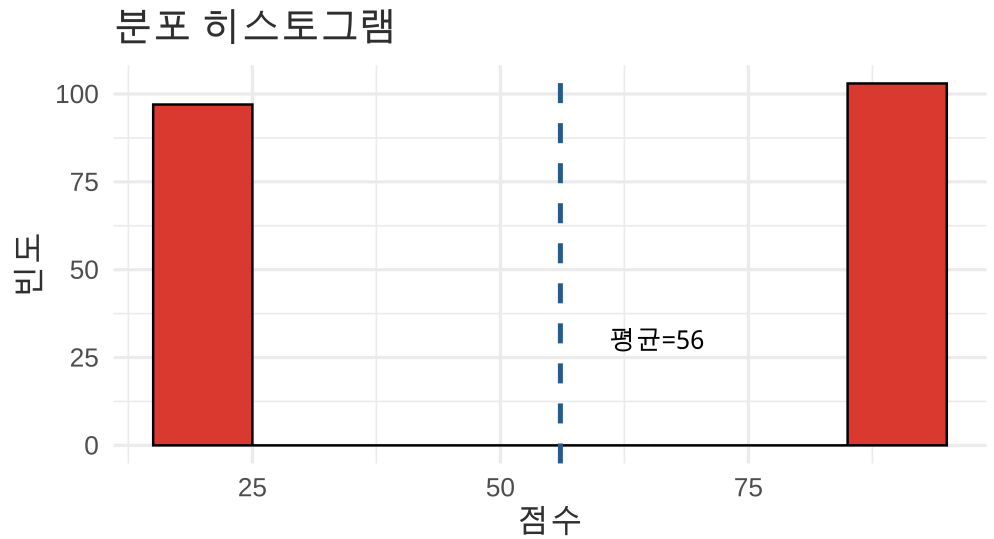
데이터와 정보 I: 개념의 측정

중심경향성의 측정

평균(Mean)

만약 90점이 5명, 20점이 5명인 학급이 있다고 하자. 평균은 얼마일까?

- 76점, 이 평균이 과연 이 학급의 영어 실력을 잘 보여준다고 할 수 있을까?



데이터와 정보 I: 개념의 측정

중심경향성의 측정

중앙값(Median)

만약 평균이 우리가 기대하는 대표값으로서 제대로 기능하지 못한다면 어떻게 될까?

- 평균에 대한 대안: 중앙값
- 중앙값: 말 그대로 중앙에 놓인 값. 5개의 값이 있다면 3번째에 해당하는 값이 중앙값이라고 할 수 있음.
    - 구체적으로는 편차(deviations)의 절대값의 합이 최소가 되게 하는 x의 값
    - 평균과는 다르게 이탈치(outliers)에 의해 크게 영향받지 않음.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

중심경향성의 측정

최빈값(Mode)

- 평균에 대한 대안: 최빈값
- 최빈값: 데이터에서 가장 자주 나타나는 값
  - 측정 수준에 상관없이 사용될 수 있다는 점에서 가장 범용성이 높음.
  - 그러나 실질적으로 분석적 함의를 크게 가지고 있지 못함.
  - 대개 이항 변수일 경우에만 사용

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

범위(Range)와 분위(Centiles)

범위: 표본에서 최소값과 최대값 사이의 공간을 의미

분위: 특정한 값이 분포의 어디에 속하는지를 정량화하여 나타낸 결과

- 다른 측정지표들과는 달리, 범위와 분위는 모든 정보량에서 사용되지는 않음.
- 명목형 변수인 종교가 있다고 하자. 천주교, 기독교, 불교 등으로 코딩된 이 변수의 범위와 분위를 구할 수 있을까?

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

편차(Deviations)

편차($x_i - \bar{x}$)란 개별 값이 평균으로부터 떨어져 있는 단순 거리를 의미

- 분포에서 모든 편차의 총합은 0
- 모든 값의 편차를 제곱하여 그 평균을 구하면 표본의 분산(variance, σ_x)

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

편차(Deviations)

편차($x_i - \bar{x}$)란 개별 값이 평균으로부터 떨어져 있는 단순 거리를 의미

- 표준편차는 분산의 제곱근 값
- 분산이 편차를 제곱하여 더한 것의 평균이었다면, 그러한 분산에 제곱근을 씌워줌으로써 원래의 측정 단위로 원상복귀시키는 것과 같음.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

편차(Deviations)

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

- n이 아니라 $n-1$로 나눠주는 이유는 Bessel의 제안에 따른 것
- 표본에서 계산한 $\bar{x}$는 이미 데이터에 맞춰진 값이므로, 분산을 계산할 때 실제보다 작게 나오는 경향(편향)이 있음
- 따라서 자유도 1을 잃었다고 보고 $n-1$로 나누면 모집단 분산을 더 잘 추정할 수 있음

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

오차(Errors)

- 표본의 크기에 의해 가중치가 주어진(weighted) 표준 편차

$$\sigma_x = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- 표본평균의 정확성을 보여주는 신뢰구간(confidence intervals)을 계산할 때 사용

데이터와 정보 I: 개념의 측정

표준편차(Standard Deviation)와 표준오차(Standard Error)

표준편차 (SD)

한 표본 내부의 흩어짐(variability) 측정

개별 관측값들이 표본평균으로부터 얼마나 퍼져 있는지를 보여줌

표준오차 (SE)

같은 모집단에서 반복적으로 표집했을 때 표본평균들이 얼마나 퍼져 있는지를 측정

즉, **표집분포(sampling distribution)**의 흩어짐

> **핵심 차이**: SD → "한 표본의 산포", SE → "평균 추정값의 불확실성"

데이터와 정보 I: 개념의 측정

표준편차(Standard Deviation)와 표준오차(Standard Error)

```r
set.seed(123)

# 모집단 가정: 평균 50, 표준편차 10
population <- rnorm(100000, mean = 50, sd = 10)

# (1) 하나의 표본 (n=30) → sample distribution
sample1 <- sample(population, size = 30)

# (2) 표본평균의 분포 (1000번 반복) → sampling distribution
sampling_dist <- replicate(1000, mean(sample(population, size = 30)))
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

표준편차(Standard Deviation)와 표준오차(Standard Error)

```r
# (1) 하나의 표본에서 표준편차
sd_sample1 <- sd(sample1)

# (2) 반복 표본평균들의 표준편차 (sampling distribution의 SD)
sd_sampling <- sd(sampling_dist)

# (3) 이론적으로는 SE = SD / sqrt(n)
se_theory <- sd_sample1 / sqrt(length(sample1))
```

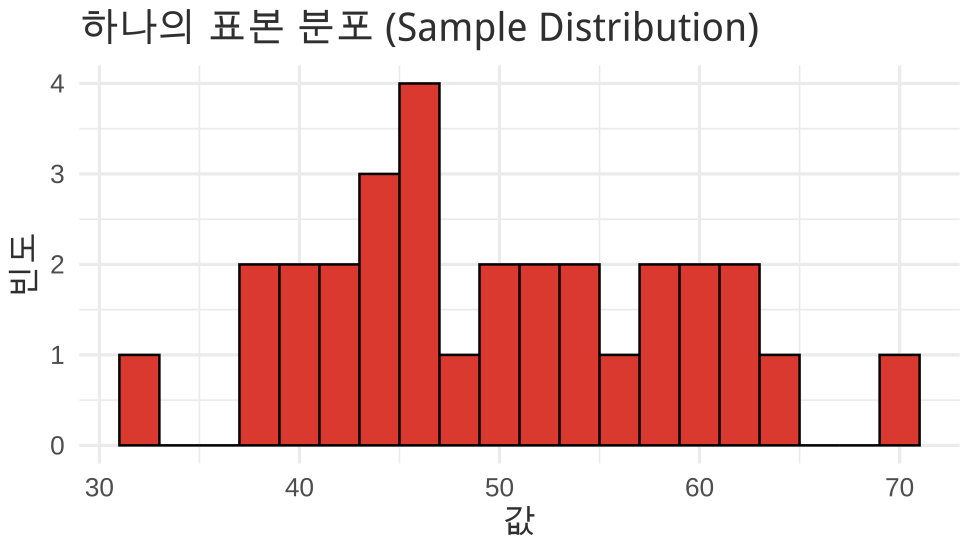
표본 표준편차 (SD)	표본평균 분포의 표준편차 (≈ SE)	이론적 표준오차 (SD / √n)
9.13	1.78	1.67

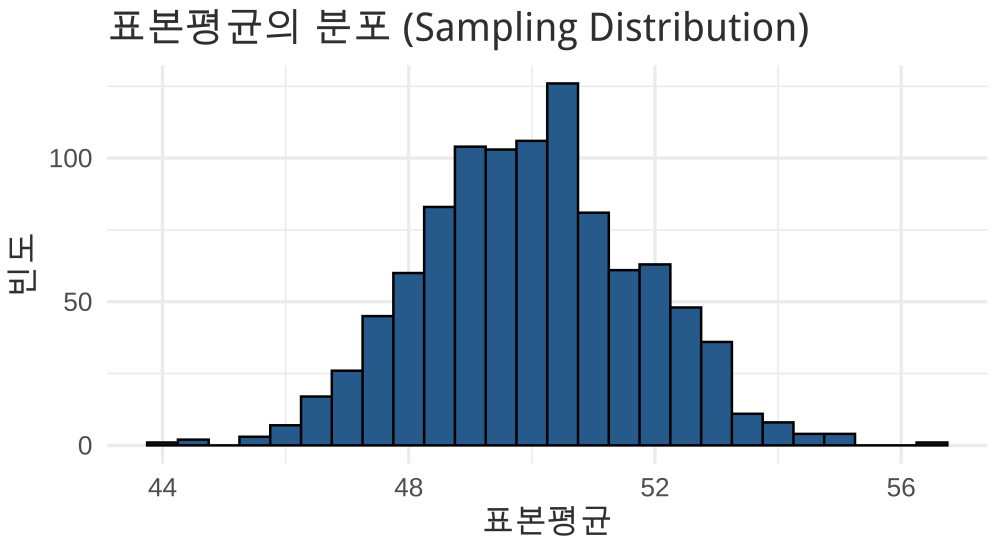
데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

표준편차(Standard Deviation)와 표준오차(Standard Error)

SE는 SD를 ($\sqrt{n}$)으로 나눈 값: $SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$





데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

모먼트(Moment)

분포에 대한 일련의 속성들을 보다 일반적으로 보여줌.

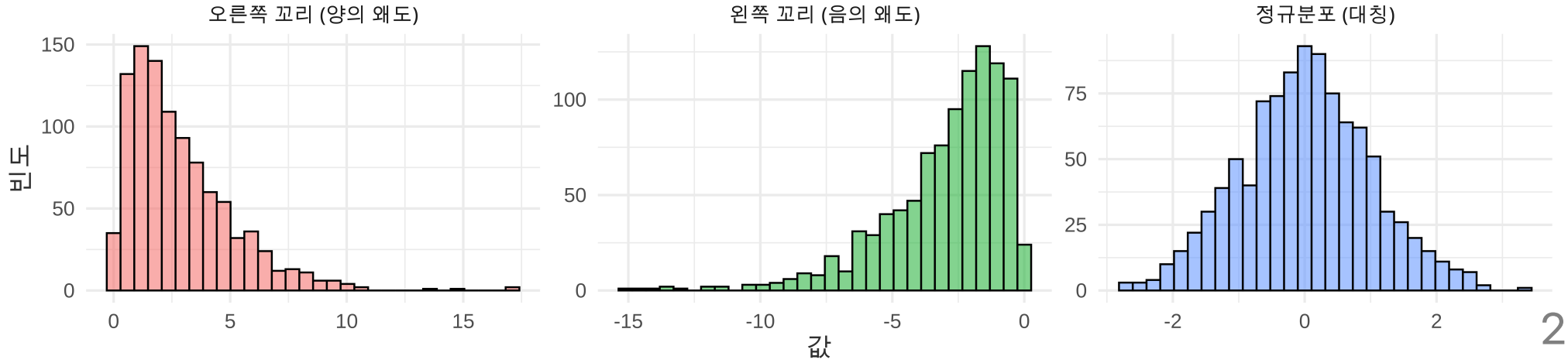
- 어떤 분포의 K 번째(K_{th}) 모멘트 = M_K = $E[(x-\mu)^k]$
- $M_1 = E(x) = \bar{x}$ (평균 또는 중심경향성을 보여주는 다른 지표)
- $M_2 = E[(x-\mu)]^2 = \sigma^2$ (분산)
- $M_3 = E[(x-\mu)]^3$ = 왜도 (분포가 어떻게 기울어있는지)
  - 만약 $M_3 \geq 0$, 오른쪽으로 긴 꼬리를 가진 분포(right-skewed)
  - 만약 $M_3 \leq 0$, 왼쪽으로 긴 꼬리를 가진 분포(left-skewed)

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

모먼트(Moment)

- $M_3 = E[(x - \mu)]^3$ = 왜도 (분포가 어떻게 기울어있는지)
  - 만약 $M_3 \geq 0$, 오른쪽으로 긴 꼬리를 가진 분포(right-skewed)
  - 만약 $M_3 \leq 0$, 왼쪽으로 긴 꼬리를 가진 분포(left-skewed)



데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

모먼트(Moment)

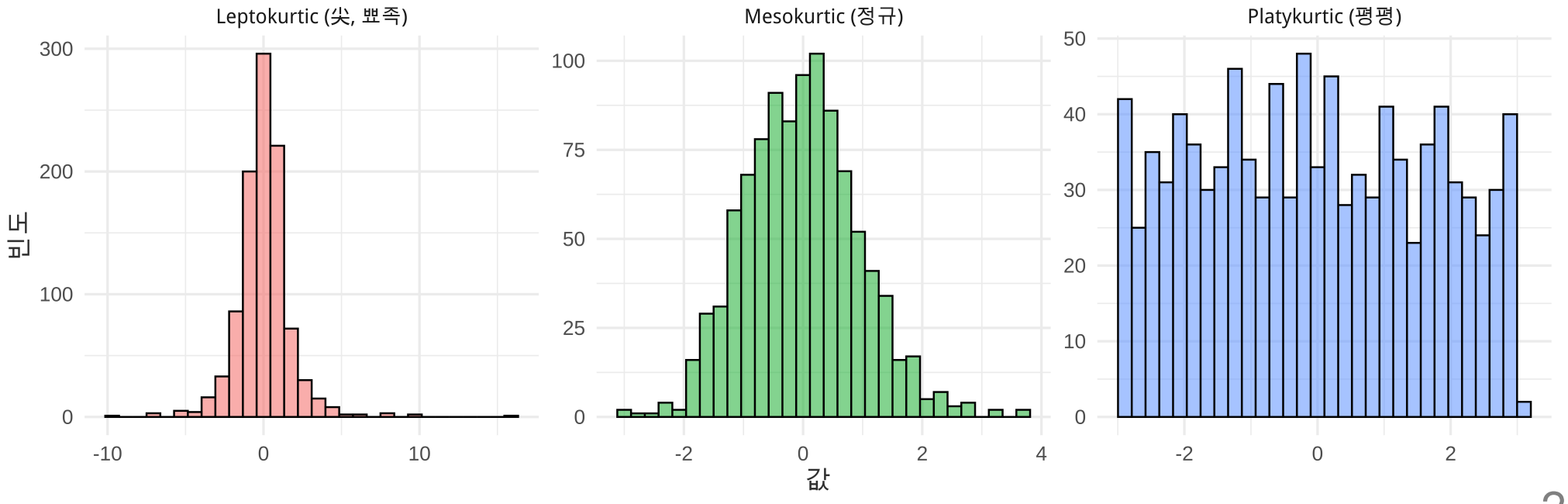
- $M_4 = E[(x-\mu)^4]$ = 첨도 (kurtosis, 분포가 얼마나 뾰족한지)
  - lepto-: 매우 분포가 뾰족한 (한 쪽으로 집중되어 있는)
  - meso-: 분포가 비교적 정규형태로 잘 분포되어 있는
  - platy-: 분포가 상대적으로 평평한

데이터와 정보 I: 개념의 측정

분산

모먼트(Moment)

- $M_4 = E[(x-\mu)^4]$ = 첨도 (kurtosis, 분포가 얼마나 뾰족한지)



데이터와 정보 I: 개념의 측정

히스토그램

R Code | Plot | Explanation

```
library(car);library(ggplot2);library(tidyverse)
Prestige |> ggplot(aes(x = income)) +
  geom_histogram(color = "gray", binwidth = 2500) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(0, 25000, 5000)) +
  labs(title = "Average Income in 1970 (dollars)") +
  theme_bw() + theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

커널밀도플롯(Kernal Density Plot)

R Code | Plot | Explanation

```
options(scipen=10000)
Prestige |> ggplot(aes(x = income)) +
  geom_histogram(aes(y = ..density.., color =),
                 breaks=seq(0,max(Prestige$income),2000)) +
  geom_density(aes(color = "Adaptive bandwith"),
                   kernel = "gaussian", linetype = 1, adjust = 0.8) +
  geom_density(aes(color = "Fixed bandwith"), bw = 1500, linetype = 2,
               position = "stack") +
  geom_rug(color = "grey") +
  scale_x_continuous(breaks = c(seq(0, 30000, 5000))) +
  scale_y_continuous(breaks = c(seq(0, 15e-5, 5e-5))) +
  theme(legend.title = element_blank(),
        legend.text = element_text(size = 6),
        axis.text.y = element_text(angle = 90, hjust = 0.5),
        legend.position = c(0.75, 0.75))
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

Q-Q 플롯

R Code | Plot | Explanation

```
with(Prestige, {
  par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4, 4, 4, 4))
  qqPlot(income, id=list(n=0), col.lines="black")
  plot(density(Prestige$income), main = "")})
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

박스플롯(Boxplots)

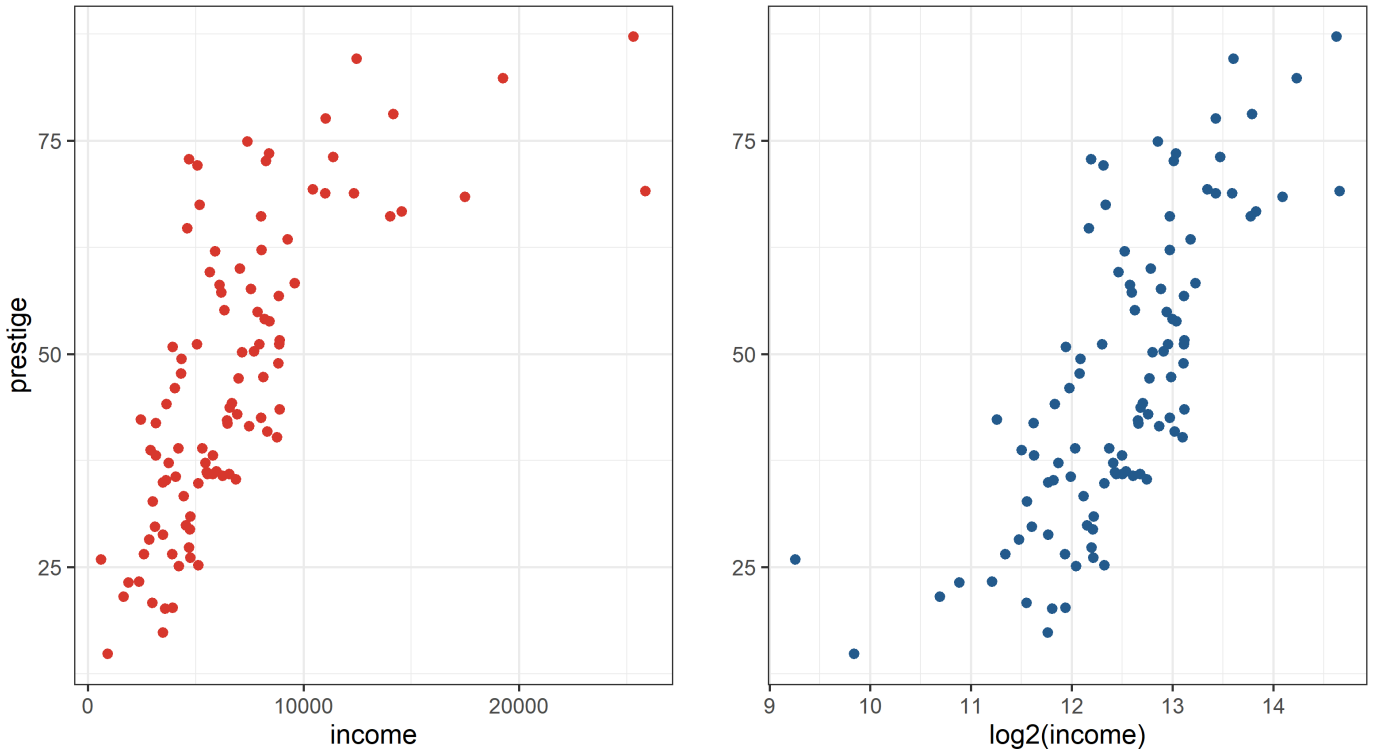
R Code | Plot | Explanation

```
is_outlier <- function(x) {
   return(x < quantile(x, 0.25) - 1.5 * IQR(x) |
             x > quantile(x, 0.75) + 1.5 * IQR(x))}
Prestige |> rownames_to_column() |>
   mutate(outliers = ifelse(is_outlier(income),
                            rowname, NA_character_)) |>
   ggplot(aes(x = "", y = income)) + geom_boxplot() +
   ggrepel::geom_text_repel(aes(label=outliers)) + theme_bw() +
   labs(x = "")
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

산포도(Scatterplots)

Plot Explanation



데이터와 정보 I: 개념의 측정

산포도(Scatterplots)

R Code | Plot

```
library(patchwork)
p1 <- Ornstein |> ggplot(aes(x = assets)) + geom_density() +
  labs(x = "assets", subtitle = "(a)") + geom_rug() + theme_bw()
p2 <- Ornstein |> ggplot(aes(x = log10(assets))) + geom_density() +
  scale_x_continuous(labels = c(100, 1000, 10000, 100000)) +
  labs(x = latex2exp::TeX("log$_{10}$(assets)"), y = "", subtitle = "(b)") +
  geom_rug() + theme_bw()
p3 <- p1 + p2 + plot_layout(ncol = 2)
print(p3)
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

산포도(Scatterplots)

R Code | Plot

이산형 데이터의 경우, 관측치들이 중첩되어 퍼져있는 정도를 파악하기 어려울 수 있는데, 이 경우 `jitter`로 해결.

```
library(ggExtra);library(gridExtra)
p5 <- Vocab |> ggplot(aes(vocabulary, education)) +
  geom_point(size = 2, alpha = 0.5) +
  geom_smooth(method = "lm", se = T, color = "black") + theme_bw()
p5 <- ggMarginal(p5, type="boxplot", size = 15)

p6 <- Vocab |> ggplot(aes(vocabulary, education)) +
  geom_jitter(size = 2, alpha = 0.1) +
  geom_smooth(method = "lm", se = T, color = "black") + theme_bw()
p6 <- ggMarginal(p6, type="boxplot", size = 15)

grid.arrange(p5, p6, ncol = 2, nrow = 1)
```

데이터와 정보 I: 개념의 측정

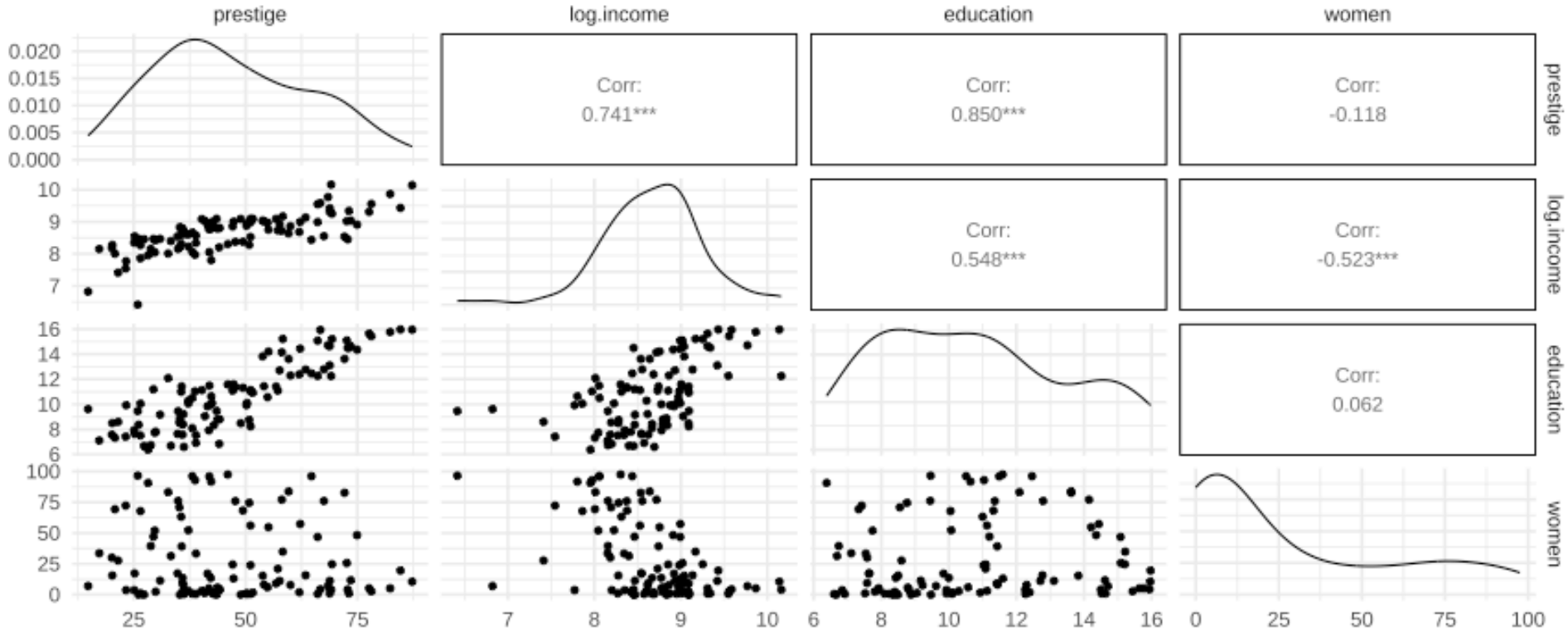
데이터 변환(Transforming Data)

왜 데이터를 변환(transform) 해야할까?

- 한쪽으로 치우친 분포를 가지고 있는 데이터는 많은 관측치들이 좁은 범위에 모여있기 때문에 분석이 어려움.
- 치우친 분포에서는 대개 비정상적으로 큰 값과 작은 값들이 나머지 값들을 살펴보기 어렵도록 짓누름(suppress).
- 분포를 요약해서 보여주는 통상의 통계 방법들은 대개 평균을 이용
    - 문제는 평균이 극단적인 값, 이탈치들에 민감한 통계치
    - 따라서 서로 다른 척도/범위를 가진 변수들을 비교하기란 어려울 수 있음.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

데이터 변환(Transforming Data)



데이터와 정보 I: 개념의 측정

데이터 변환(Transforming Data)

R Code | R Code | Plot

거듭곱 변환(Power transformations)도 관계를 명확하게 보여주는 데 도움이 될 수 있음.

> 단순한 비선형관계는 종종 X, Y 또는 둘 모두를 거듭곱 변환을 함으로써 바로잡을 수 있다. Mosteller와 Tukey의 's bulging rule은 선형화 변환을 선택하는 데 도움을 준다.

데이터와 정보 I: 개념의 측정

데이터 변환(Transforming Data)

정규화(Normalization)

마지막으로 살펴볼 데이터 변환: 정규화 & 표준화

- 둘 모두 서로 다른 척도/단위의 변수를 동일한 척도로 변환하여 비교할 수 있게 해줌.
- 정규화: [0, 1] 사이의 범주로 데이터를 변환
  - 각 값에서 최소값을 뺀 이후에 최대값에서 최소값을 뺀 값으로 나누어줌.
  - 최소최대값이 계산에 반영되는 정규화는 이탈치에 민감
  - 대개 머신러닝에서는 사용하지만, 통계모델에서는 사용하지 않음.
  - $\text{Normalization} = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$

데이터와 정보 I: 개념의 측정

데이터 변환(Transforming Data)

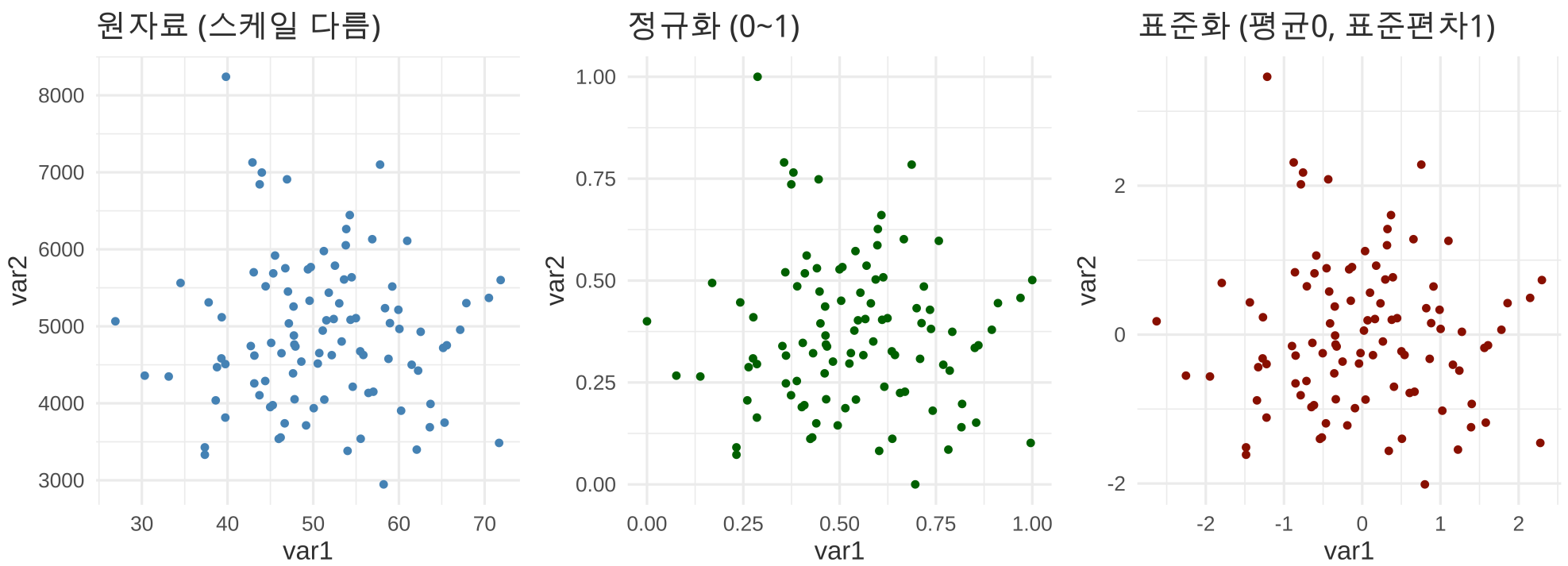
표준화(Standarization)

표준화(또는 z-스코어 정규화)는 변수를 0으로 중심화(centering)하고 분산을 1로 표준화한다는 것을 의미

- 표준화: 각 관측치들로부터 평균을 빼고 그 값들을 표준편차로 나눔
    - 다른 척도를 가진 변수들이 동일한 표준정규분포의 특성을 가지도록 함.
    - 표준화 결과로 나타나는 최소값과 최대값은 변수가 어떻게 퍼져있는지에 따라서 다르고 이탈치(outliers)의 존재 여부에 매우 크게 영향을 받음.
    - $\text{Standardization} = \frac{x - \bar{x}}{s}$

데이터와 정보 I: 개념의 측정

정규화(Normalization)와 표준화(Standarization)



데이터와 정보 I: 개념의 측정

정규화(Normalization)와 표준화(Standarization)

잠재적 문제점

이상치(Outlier)에 민감: Min-Max 정규화는 극단값 하나 때문에 전체 범위가 왜곡될 수 있음

해석 어려움: 표준화된 값(Z-score)은 단위 의미가 사라짐

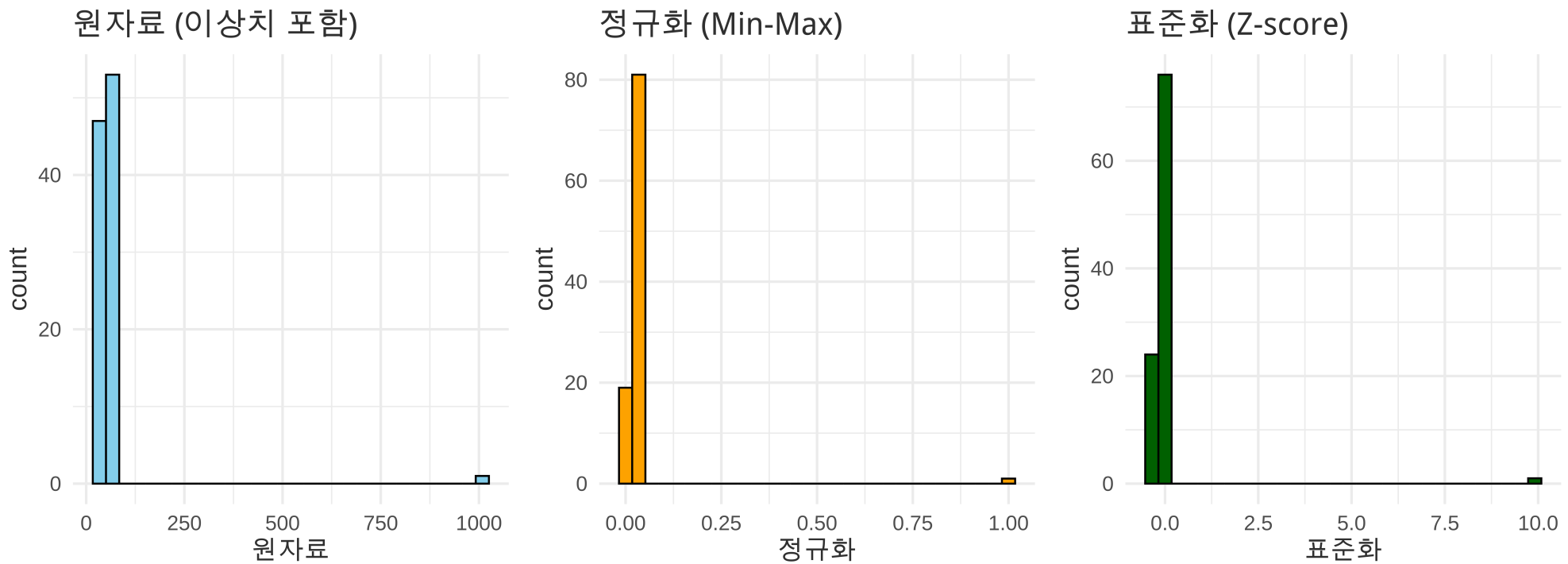
분포 가정 무시: 데이터가 심하게 왜곡(skewed)된 경우에도 단순 변환만 적용하면 문제 발생

- 극단적으로 큰 값이 포함된 데이터 → 정규화 후 대부분 값이 0에 몰림
- 표준화 후에도 꼬리가 긴 분포에서는 여전히 왜곡

데이터와 정보 I: 개념의 측정

정규화(Normalization)와 표준화(Standarization)

잠재적 문제점



데이터와 정보 I: 개념의 측정

막간 퀴즈

다음의 코드를 이용하여 평균 50, 표준편차 10을 갖는 100개의 값을 무작위로 정규분포에서 추출하여 x에 저장하라.

```
# 데이터: 대부분 0~100인데, 이상치 하나 존재
x <- c(rnorm(100, mean=50, sd=10), 1000)
```

1. normalize()와 standardize()라는 각각 정규화와 표준화를 수행하는 함수를 작성하라. 이전 과제에서 colors에 문자열을 덧붙이는 함수를 떠올려 작성하라.

2. 두 함수를 이용하여 x를 각각 정규화, 표준화하고 각각의 값을 x_norm, x_stand에 저장한 뒤, 각각의 평균값을 구하라.

질의응답

KNU 강원대학교
KANGWON NATIONAL UNIVERSITY

감사합니다!

궁금한 것이 있으면 언제든 연락하세요.

강사 연락처

연락처	박상훈
	sh.park.poli@gmail.com
	sanghoon-park.com/
	영상바이오관 405